

Еще про исследование сходимости численного метода

Забегая вперед скажем несколько слов о том, как следует исследовать сходимость в тех случаях, когда точного аналитического решения задачи неизвестно, а известны только экспериментальные данные для проведения валидационного анализа.

Важно понимать, что в подобных случаях не следует перемешивать друг с другом исследование сходимости и валидацию, о которой речь пойдет на следующем уроке. Дело в том, что сходимость расчетной методики и точность, которая может быть достигнута с ее использованием при описании реального физического процесса, являются различными свойствами численного метода. И эти свойства должны рассматриваться и исследоваться отдельно. Периодически приходится сталкиваться с ситуацией, когда численный метод сходится, не обеспечивая при этом точности, необходимой для решения задачи. В большинстве подобных случаев при этом следует обратить внимание на проработанность и адекватность применяемой для расчета физико-математической модели, а также убедиться в достоверности результатов проведенного эксперимента.

Исследовать же сходимость в тех случаях, когда точного аналитического решения неизвестно необходимо последовательно сопоставляя, между собой, результаты, получаемые в серии расчетов на последовательности измельчаемых расчетных сеток. Условие сходимости при этом формулируется в виде требования выполнения следующей цепочки неравенств:

$$\left| P_{i,j}^{(2)} - P_{i,j}^{(1)} \right| > \dots > \left| P_{i,j}^{(N)} - P_{i,j}^{(N-1)} \right| > \varepsilon > \left| P_{i,j}^{(N+1)} - P_{i,j}^{(N)} \right| \dots$$

где ε – произвольное наперед заданное малое число, а номер в верхнем индексе соответствует номеру расчетной сетки (при этом сетка с большим индексом является более подробной, чем сетка с меньшим индексом, то есть, сетка, с индексом, например $N+1$, является результатом измельчения сетки с индексом N). Также следует отметить, что в рамках исследования сходимости метода обычно сравниваются между собой не значения искомой переменной в отдельных узлах расчетной сетки, например, значения $P_{i,j}$, а значения каких-либо интегральных параметров, характеризующих моделируемое течение, например расходов, интегральных сил или аэродинамических коэффициентов.

Вопросы, связанные с исследованием сходимости численного метода, будут рассмотрены более подробно в четвертом модуле нашего курса.